Урок 1

Тема уроку: Правильні многокутники, їх види та властивості.

Підручник з математики для 9 класу Розділ 4, § 15

Доброго дня, шановні учні, сьогодні ви повинні сформувати поняття правильного многокутника, центрального кута правильного многокутника та ознайомитися з прикладами задач до нашої теми.

Для початку, дайте відповіді на питання:

- ✓ Яку фігуру називають многокутником?
- ✓ Які многокутники вам відомі?
- ✓ Який многокутник є найпростішим?
- ✓ Чому дорівнює сума кутів трикутника?
- ✓ Який це опуклий многокутник? А не опуклий?
- ✓ Який з чотирикутників опуклий? Не опуклий?
- ✓ Чому дорівнює сума кутів опуклого n – кутника?
- ✓ Яке коло називають описаним навколо многокутника?
- ✓ Яке коло називають вписаним в многокутник?

Фігури, що мають рівні сторони та кути, здавна зачаровували людину досконалістю форми і таємничістю, яка завжди супроводжує досконалість. Такі фігури обожнювали, приписуючи їм магічні та навіть цілющі властивості.

З такими фігурами ви зустрічаєтеся в повсякденному житті і навіть не задумуєтеся над досконалістю їх форм. Сьогодні на уроці ви розглянете многокутники, які називають правильними. Яка мета вивчення і навіщо вони вам потрібні ви дізнаєтеся трішечки пізніше.

Правильним многокутником називають опуклий многокутник, у якого всі сторони між собою рівні і всі кути між собою рівні.

Можливо ви вже можете назвати правильні многокутники які ви вивчали? Так, це рівносторонній трикутник та квадрат. Ці фігури опуклі, тому щоб знайти суму кутів опуклого многокутника ми можемо скористатися вже відомою формулою $180°(n-2)$, а так як многокутник може мати n кутів, то щоб знайти градусну міру кута многокутника

$$\alpha_n = \frac{n-2}{n}180^0.$$

Центральний кут многокутника – це кут під яким сторона многокутника видна з його центра.

$$\alpha = \frac{360}{n}$$

Якщо α – кут правильного многокутника, то $\alpha_n = \frac{180°(n-2)}{n}$.

Наприклад, кут правильного трикутника $\alpha_3 = \frac{180°(3-2)}{3} = 60°$; правильного чотирикутника (квадрата) $\alpha_4 = \frac{180°(4-2)}{4} = 90°$; це узгоджується з тим, що відомо з попередніх класів.

Задача 1. Знайти кількість вершин правильного многокутника, якщо його зовнішній кут дорівнює 45°.

Розв'язання. Оскільки зовнішній кут правильного многокутника дорівнює 45°, то легко знайти його внутрішній кут: α_n=180° $- 45° = 135°$.

Маємо рівняння 135° $= \frac{180°(n-2)}{n}$, звідки $n = 8$.

Відповідь. 8.

Якщо $\beta_n -$ зовнішній кут правильного n-кутника, то

$$\beta_n = \frac{360°}{n}.$$

Теорема (про коло, описане навколо правильного многокутника, і коло, вписане в нього). **Якщо многокутник правильний, то навколо нього можна описати коло і в нього можна вписати коло.**

Наслідок 1. **Центри вписаного і описаного кіл правильного многокутника збігаються.**

Наслідок 2. **Коло, вписане у правильний многокутник, дотикається до сторін многокутника у їх серединах.**

Нехай $\gamma_n -$ центральний кут правильного n-кутника, тоді

$\boldsymbol{\gamma_n = \frac{360°}{n}}$**, де $\boldsymbol{\gamma_n} -$ центральний кут правильного n-кутника.**

Оскільки в правильний многокутник можна вписати коло, то його площу S_n за наслідком з теореми про площу трикутника за радіусом вписаного кола можна знайти і так:

$$S_n = pr,$$

Де p — півпериметр n-кутника; r — радіус вписаного в нього кола.

Загальна формула	$n = 3$	$n = 4$	$n = 6$
$r = \dfrac{a_n}{2\operatorname{tg}\dfrac{180^\circ}{n}}$	$r = \dfrac{a_3}{2\sqrt{3}} = \dfrac{a_3\sqrt{3}}{6}$	$r = \dfrac{a_4}{2}$	$r = \dfrac{a_6\sqrt{3}}{2}$
$R = \dfrac{a_n}{2\sin\dfrac{180^\circ}{n}}$	$R = \dfrac{a_3}{\sqrt{3}} = \dfrac{a_3\sqrt{3}}{3}$	$R = \dfrac{a_4}{\sqrt{2}} = \dfrac{a_4\sqrt{2}}{2}$	$R = a_6$
$r = R\cos\dfrac{180^\circ}{n}$	$r = \dfrac{R}{2}$	$r = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$	$r = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

Розглянемо приклади задач з підручника 9 клас Істер:

Початковий рівень:

719. Знайдіть центральний кут правильного:

1) шестикутника 2) двадцятикутника

Розв'язання.

1) $\gamma_6 = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$;

2) $\gamma_{20} = \frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$

721. Центральний кут правильного многокутника дорівнює 15°. Знайдіть кількість сторін многокутника.

Розв'язання.

$\frac{360^\circ}{n} = 15^\circ$, звідси $n = \frac{360^\circ}{15}$, $n = 24$.

Середній рівень:

726. Знайдіть міру кута правильного n-кутника, якщо:

1) $n = 8$; 2) $n = 15$.

Розв'язання.

1) $\alpha_8 = \frac{180^\circ(8-2)}{8} = \frac{180^\circ \cdot 6}{8} = 135^\circ$.

2) $\alpha_{15} = \frac{180^\circ(15-2)}{15} = \frac{180^\circ \cdot 13}{15} = 156^\circ$.

728. Знайдіть міру зовнішнього кута правильного:

1) п'ятикутника; 2) тридцятикутника.

Розв'язання.

1) $\beta_5 = \frac{360°}{5} = 72°$;

2) $\beta_{30} = \frac{360°}{30} = 12°$.

Достатній рівень:

743. Зовнішній кут правильного многокутника становить $\frac{2}{3}$ від внутрішнього. Скільки вершин у цього многокутника?

Розв'язання.

$\beta_n = \frac{360°}{n}$ – зовнішній кут.

$\alpha_n = \frac{180°(n-2)}{n}$ – внутрішній кут.

За умовою $\beta_n = \frac{\alpha}{7}\alpha_n$, тоді $\frac{360°}{n} = \frac{2}{7} \cdot \frac{180°(n-2)}{n}$

$360° \cdot 7 = 2 \cdot 180°(n-2)$, де $n \neq 0$

$2520 = 360°n - 720$

$360n = 3240$

$n = 9$

Відповідь: 9 вершин.

Підведемо підсумки за допомогою вправи «Вірю – не вірю»:

Інтерактивна вправа «Вірю – не вірю»

1. Будь-який правильний многокутник є випуклим? (Так).

2.Будь-який випуклий многокутник є правильним? (Ні)

3.Многокутник є правильним, якщо він випуклий і всі його сторони рівні. (Ні).

4.Трикутник є правильним, якщо всі його кути рівні. (Так).

5.Будь-який рівносторонній трикутник є правильним. (Так).

6.Будь-який чотирикутник з рівними сторонами є правильним. (Ні).

7. Будь-який правильний чотирикутник є квадратом. (Так).

Домашнє завдання

Підручник за 9 клас автор: Істер.

Розділ 4, § 15 – опрацювати,

Виконати: с.146-147 №720, №725.